

数学 3C の、微分・積分の問題です。

1. 次の関数を x で微分せよ。

$$(1) y = x^2 \quad (2) y = x^{-2} \quad (3) y = x\sqrt{x} \quad (4) y = (x+1)(x^2+x+2)$$

$$(5) y = \frac{1}{x^2+1} \quad (6) y = \frac{x^2-3x+4}{2x-3} \quad (7) y = (2x-1)^4$$

$$(8) y = \sqrt[3]{x^2+1}$$

2. 次の関数を x で微分せよ。

$$(1) y = \sin x \quad (2) y = \cos x \quad (3) y = \tan x \quad (4) y = \cos x \sin^2 x$$

$$(5) y = e^x \quad (6) y = e^{2x} + e^{x^2} \quad (7) y = \log_e x \quad (8) y = \log_e (x^2 - 2)$$

3. 関数 $y = x e^x$ のグラフを描きたい。以下の各問いに答えなさい。

- (1) y を x で微分しなさい。
- (2) $\frac{dy}{dx} = 0$ となる x を答えなさい。
- (3) この関数の増減表を描きなさい。
- (4) $x \rightarrow \infty$ のとき、 y の値はどうなるか。
- (5) $x \rightarrow -\infty$ のとき、 y の値はどうなるか。
- (6) y を x で 2 回微分しなさい。
- (7) この関数の変曲点を答えなさい。
- (8) この関数のグラフを描きなさい。

4. 次の関数の不定積分を求めなさい。

- (1) $x^{-\frac{1}{2}}$
- (2) $\sqrt{3x-1}$
- (3) $\frac{x^2}{x^3+1}$
- (4) e^{2x+1}
- (5) $\log_e(x+1)$
- (6) $\frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$
- (7) $\cos^4 x$
- (8) $\cos^2 x \sin^3 x$
- (9) $\frac{e^{2x}}{e^x+1}$
- (10) $\frac{1}{x(\log_e x)^2}$

5. 次の関数の定積分の値を求めなさい。

- (1) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$
- (2) $\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2+4}$

6. 2 曲線 $y = e^{2x}$, $y = 2e^{-x} + 3$ と y 軸で囲まれる部分の面積を答えなさい。

7. 曲面 $x^2 + y^2 = 1$ と $z^2 + x^2 = 1$ で囲まれた部分の体積を答えなさい。

解答

1.

(1) $2x$ (2) $-2x^{-3}$ (3) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ (4) $3x^2 + 4x + 3$

(5) $\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$ (6) $\frac{2x^2-6x+1}{(2x-3)^2}$ (7) $8(2x-1)^3$

(8) $\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$

2.

(1) $\cos x$ (2) $-\sin x$ (3) $\frac{1}{\cos^2 x}$ (4) $\sin x(3\cos^2 x - 1)$

(5) e^x (6) $2(e^{2x} + xe^{x^2})$ (7) $\frac{1}{x}$ (8) $\frac{2x}{x^2-2}$

3.

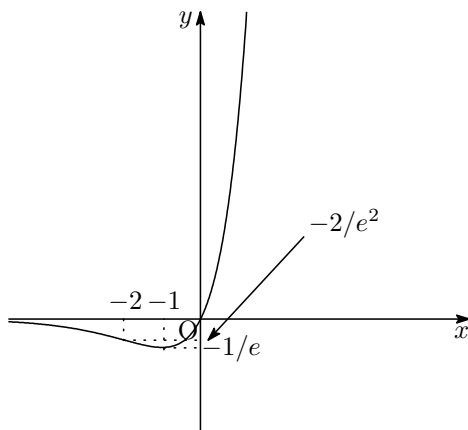
(1) $y' = (x+1)e^x$ (2) $x = -1$

(3)

x		-1	
y'	-	0	+
y	\searrow	$-\frac{1}{e}$	\nearrow

(4) 無限大に発散する。 (5) 0に収束する。 (6) $y'' = (x+2)e^x$ (7) $x = -2$

(8)



4.

$$(1) 2x^{\frac{1}{2}} + C \quad (2) \frac{2}{9}(3x-1)\sqrt{3x-1} + C \quad (3) \frac{1}{3}\log_e(x^3+1) + C$$

$$(4) \frac{1}{2}e^{2x+1} + C \quad (5) (x+1)\log_e(x+1) - x + C \quad (6) \frac{2}{15}\sqrt{x+1}(3x^2-4x+8) + C$$

$$(7) \frac{3}{8}x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C \quad (8) \frac{1}{5}\cos^5 x - \frac{1}{3}\cos^3 x + C$$

$$(9) e^x - \log_e(e^x + 1) + C \quad (10) -\frac{1}{\log_e x} + C$$

$$5. (1) \frac{9}{4}\pi \quad (2) \frac{\pi}{4}$$

$$6. 3\log_e 2 - \frac{1}{2}$$

$$7. \frac{16}{3}$$