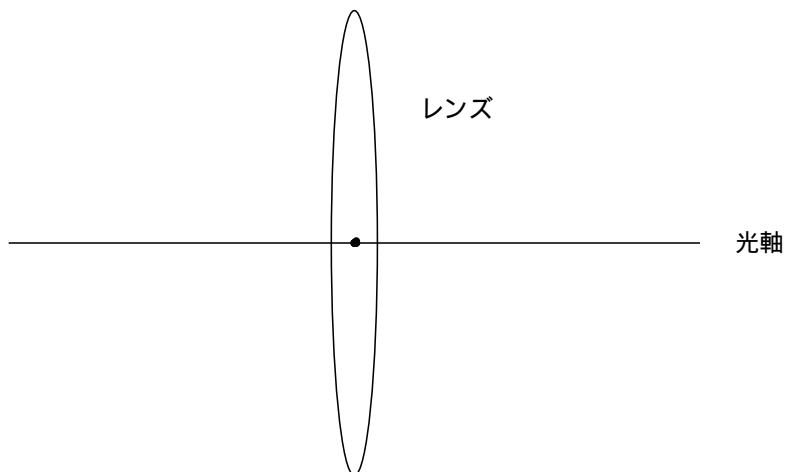


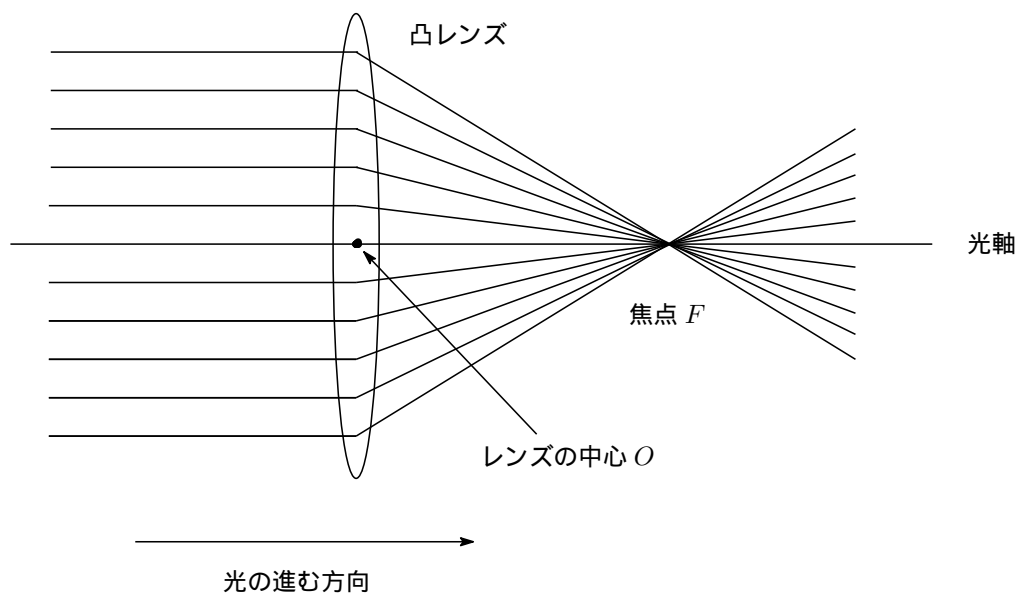
【レンズの公式】

1. 焦点とは何か

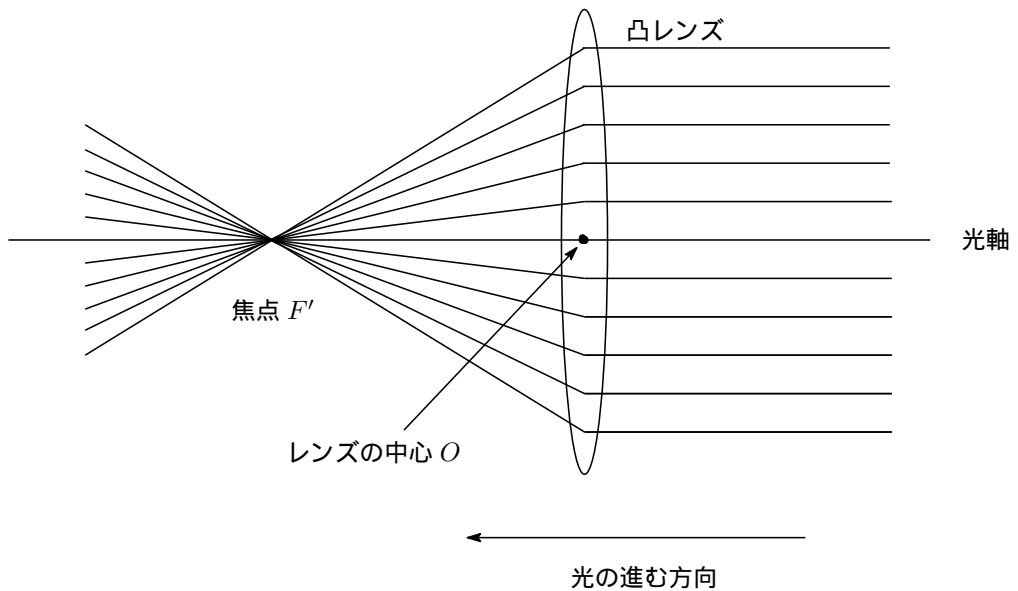
レンズの中心を通り、レンズの面に垂直な直線を光軸といいます。以下、レンズの中心を O と表わすことにします。



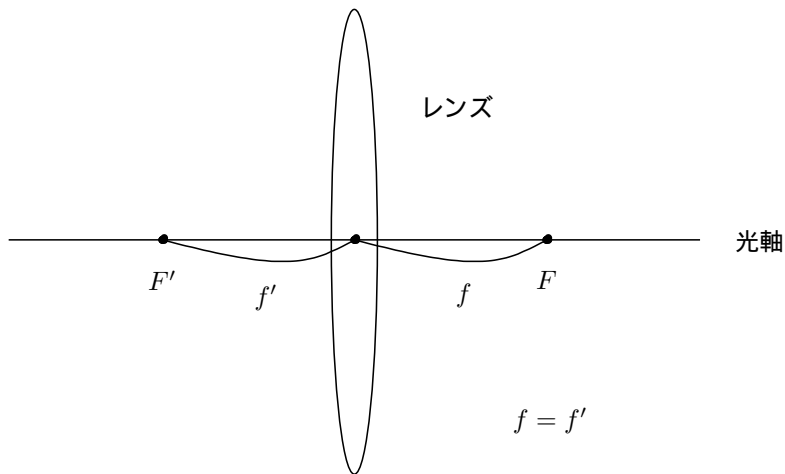
光軸に平行な光線を、凸レンズの左側から当てると、レンズで屈折し、どの光線も光軸上のある一点を通過します。そうなるようにレンズが作られています。その一点を、焦点といいます。ここでは F 、 F' などと表わすことにします。



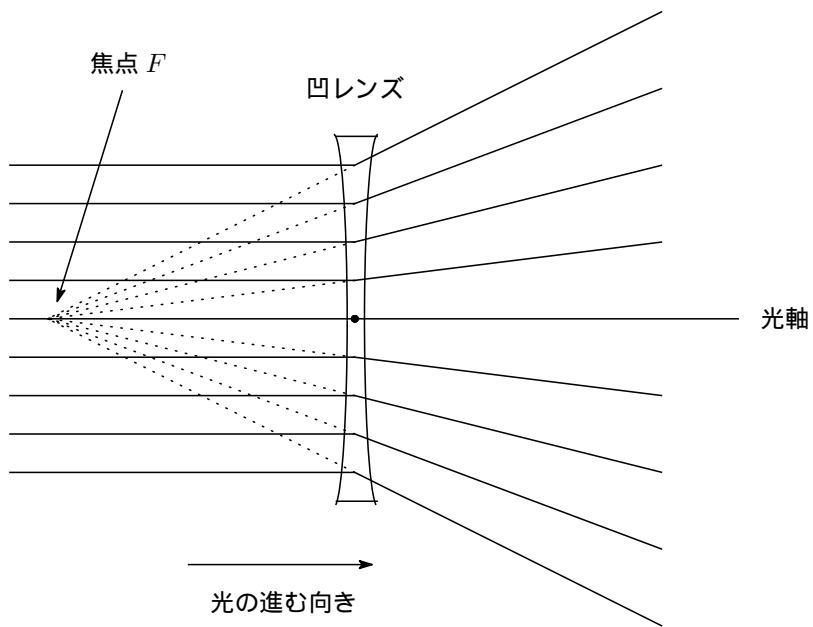
ここで、 O と F との距離を焦点距離といいます。以下、それを f 、 f' などと表わすことにします。同様に、光軸に平行な光線を凸レンズの右側から当てた場合も、左側の焦点に光線が集まります。そうなるようにレンズが作られています。



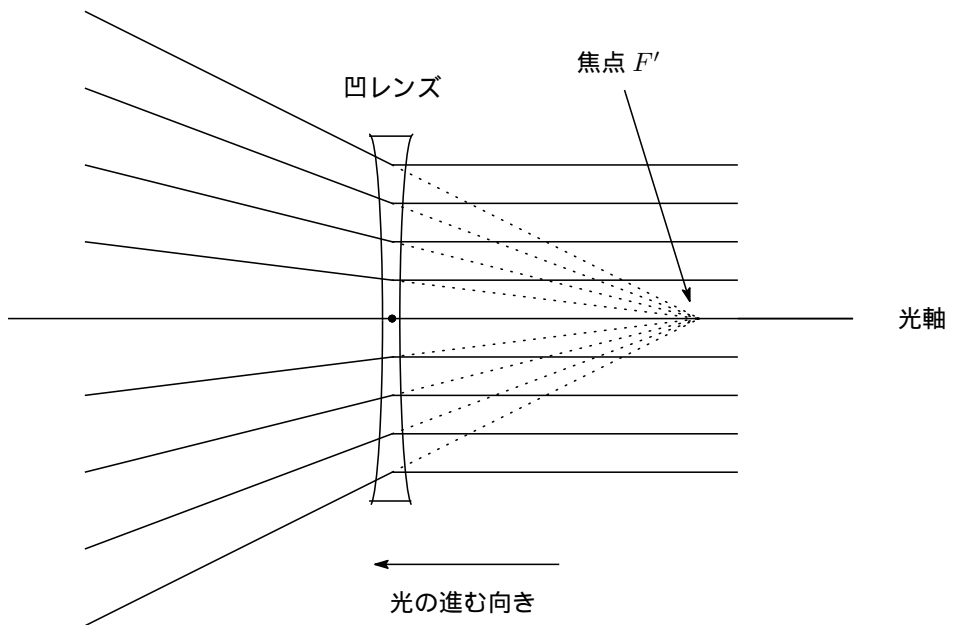
このように、焦点はレンズの両側にあります。通常、両側の焦点距離が等しくなるように、凸レンズは作られています。



次に、凹レンズの場合です。光軸に平行な光線を、凹レンズの左側から当てると、レンズで屈折し、広がっていきます。これら広がった光線を、進む向き反対側に延長すると、それら延長線は光軸上の一点で交わります。そうなるようにレンズが作られているわけです。この一点のことを凹レンズの焦点といいます。

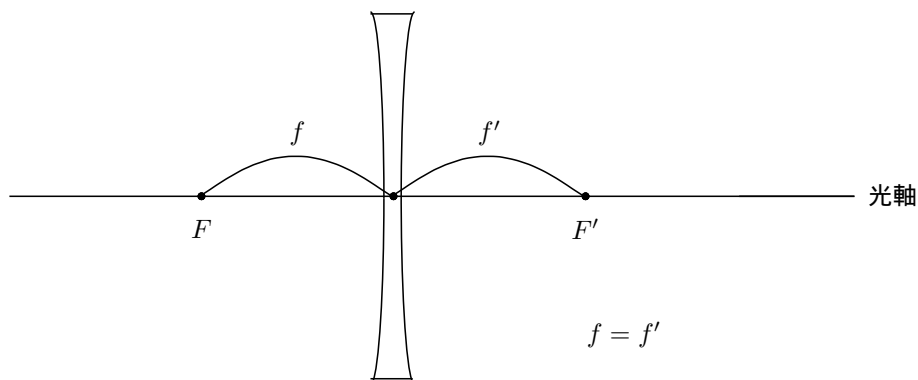


凹レンズの焦点も、凸レンズの場合と同様、両側にあります。



そして、通常、両側の焦点距離が等しくなるように、凹レンズは作られています。

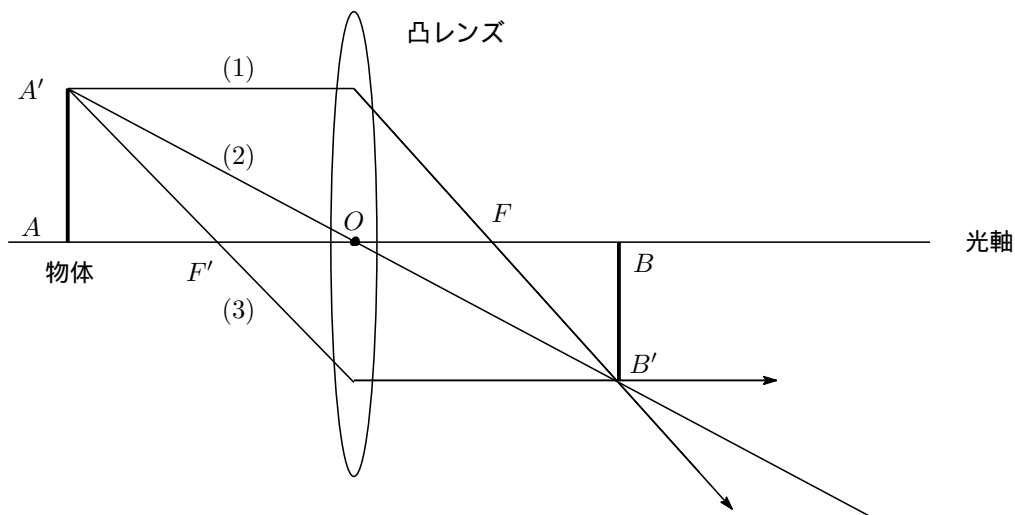
凹レンズ



2. レンズによる像

2-1 凸レンズによる像

2-1-1 レンズから、焦点より離れたところに物体がある場合：実像はできる。虚像はできない。



物体 AA' が、凸レンズの左側に、左側の焦点 F' より遠いところに、置かれているとします。いま、物体の頭頂部 A' のみを考えましょう。 A' から出た光線（または、太陽光などが A' で反射した光線）は、(1)、(2)、(3) のような路を進みます。第 1 章では光軸に平行な光線しか考えませんでした。それはあくまで焦点の定義を示すためで、実際はある点から図のようにいろいろな方向に光が出ています。もちろん、図の 3 本以外にも無数の光線がレンズを通過しています。図は代表的な 3 本の光線を描いているに過ぎません。

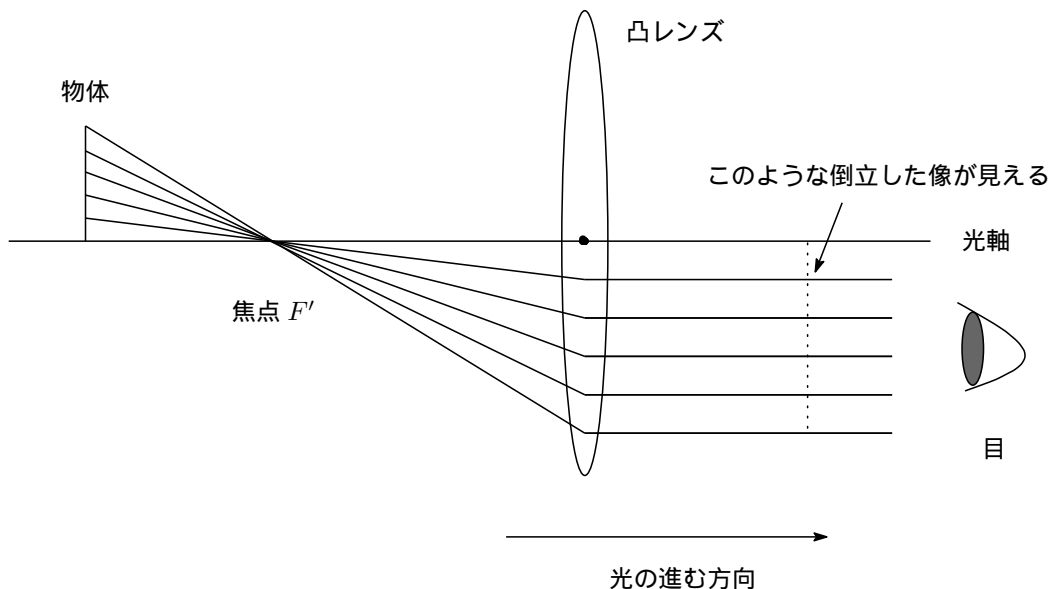
さて、(1) の光線は右側の焦点を通ります。これは第 1 章で示した通りです。(2) は、レンズの中を直進します。実際はレンズを通過しているので少し屈折しているのですが、レンズの中心を通る光線の屈折は、無視できるくらい小さいと考えてよいです。(3) の光線については、左側に焦点がある

場合の図と見比べて、その逆行と考えて下されば、このような路を通ることがわかります。

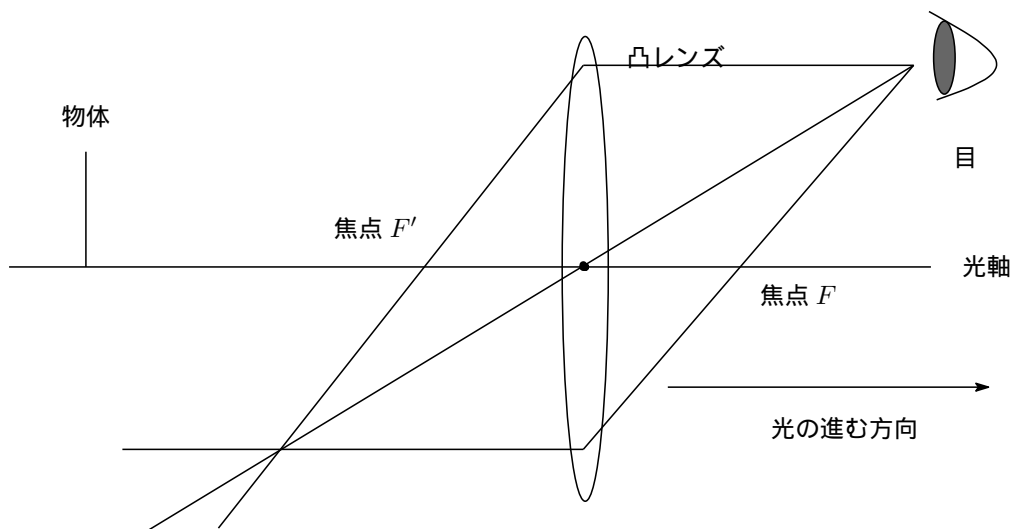
すると、3本の光線は、点 B' で交わることがわかります。他の無数の光線も同様に、 B' を通ります。ここにスクリーンを置くと、 A' の像としての B' が映ります。このように、スクリーンを置くことで映る像を実像といいます。これは、スクリーンが無ければ、人間の目には何も映りません。スクリーンを置いて初めて映るものです。

ここで、物体の頭頂部である A だけを考えてきましたが、物体の他の場所 (AA' の中点など) でも全く同じ議論ができます。すると、物体 AA' の実像は物体 BB' であることがわかります。

ここで、人間の目には映らないと書きましたが、次の図のように、遠く離れた位置からレンズを見ると、レンズの下半分に倒立した像が見えます。この場合見る人が遠くに居るため、レンズから目に届く光線は光軸に平行な光線だけです。それ以外の光線は、上や下に行き目には届きません。



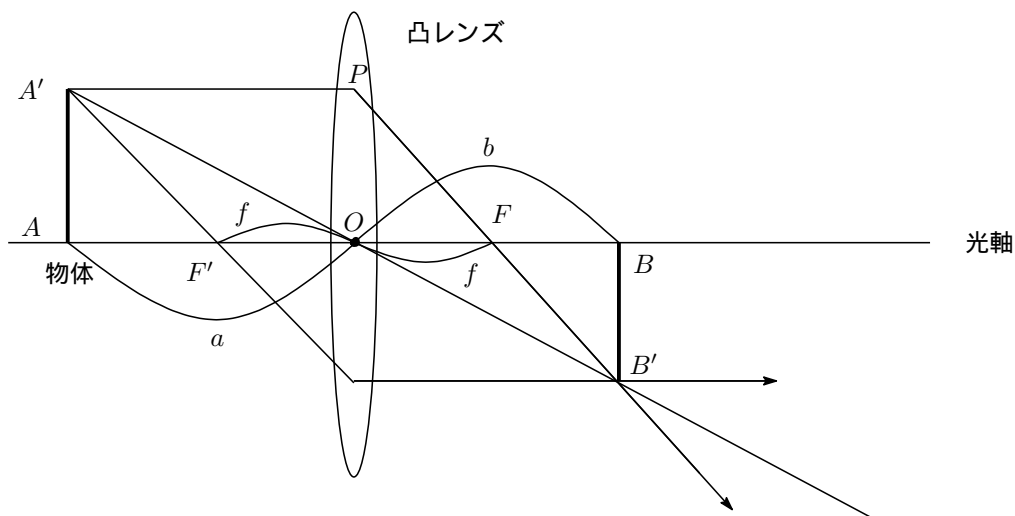
また、像ができる場所と無関係な場所からレンズを見ても、目には何も映りません。



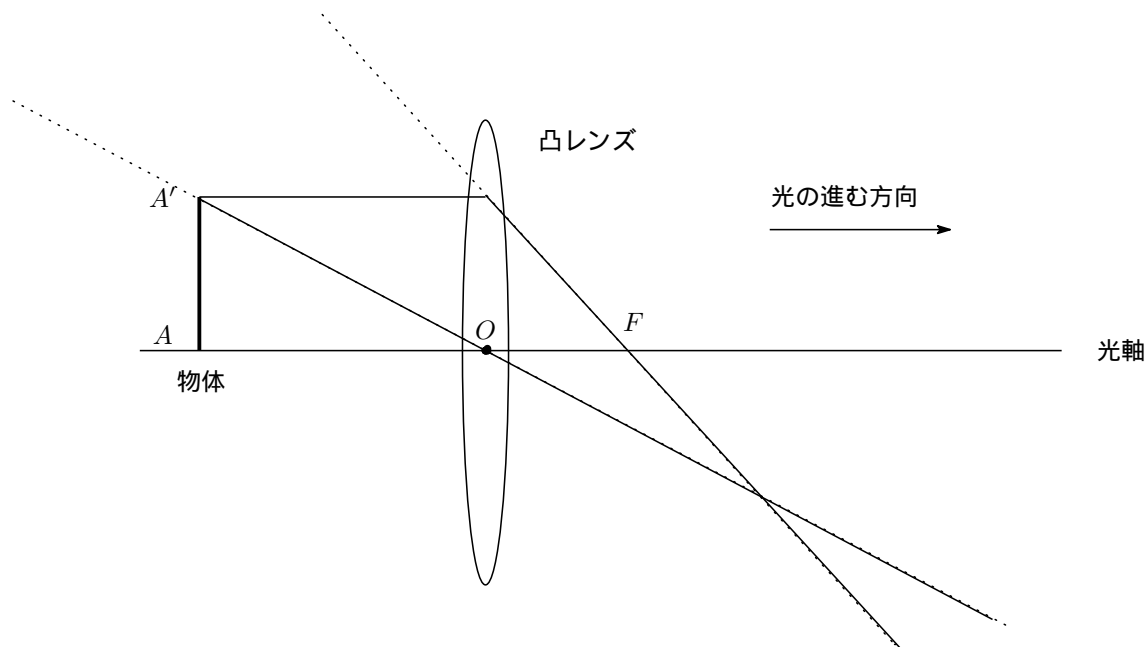
それでは、レンズの公式を導いていきます。AA' が物体で、BB' が実像です。三角形 A'B'P をみると、 $A'P : OF = B'P : B'F$ です。 $B'P : B'F = b : (b - f)$ なので、 $A'P : OF = b : (b - f)$ 、すなわち $a : f = b : (b - f)$ となります。よって、 $a(b - f) = bf$ 、両辺を abf で割ると、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

となります。



なお、次の図のように、レンズの左側には像が結ばれないため、虚像はできません。虚像については次で改めて説明します。



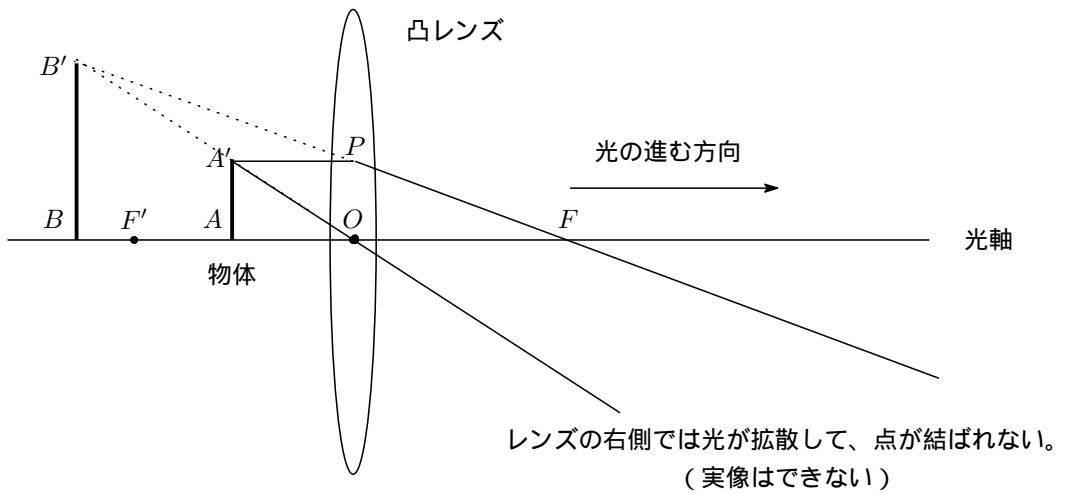
2-1-2 レンズから、焦点より近いところに物体がある場合：実像はできない。虚像はできる。

例えば、物体 AA' の頭頂部 A' からの光は、次の図の実線のようになります。レンズの右側からレンズの方向を見ると、光が直進していると錯覚し、あたかも B' に物体の頭頂部があるように見えます。物体の他の部分も同様で、結局、物体 AA' はあたかも物体 BB' であるかのように見えます。これが虚像です。虚像はあくまで見る人の脳内でそう感じているだけであって、スクリーンを置いてそこには像は映し出されません。ここで、改めて 2-1-1 のケースをご覧ください。このケースでは、虚像ができないことがわかるでしょう。

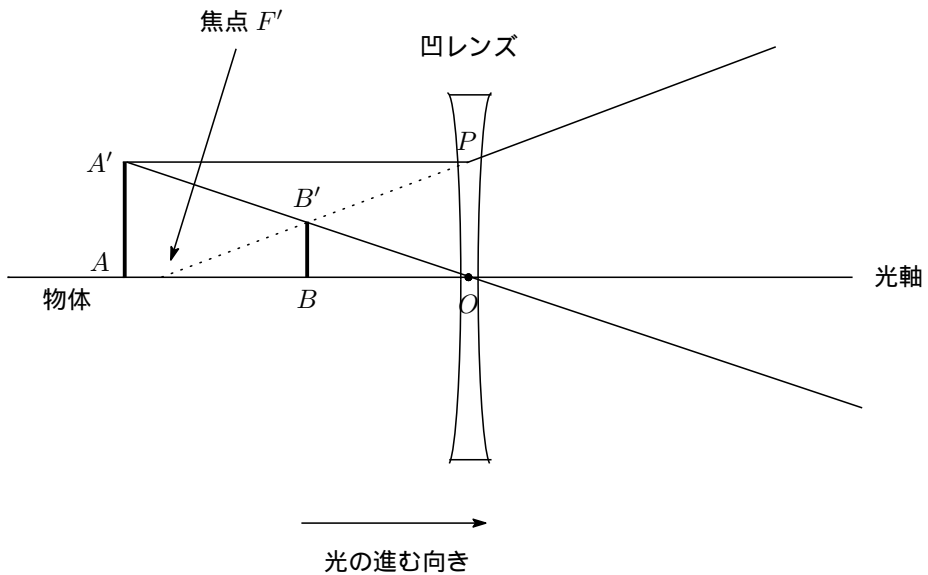
ここで、焦点距離を f 、 $OA = a$ 、 $OB = b$ と表わすと、 $OF : A'P = OB' : A'B'$ です。一方で $OB' : A'B' = OB : AB = b : (b - a)$ です。よって $OF : A'P = b : (b - a)$ 、すなわち $f : a = b : (b - a)$ となります。これを整理すると、

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

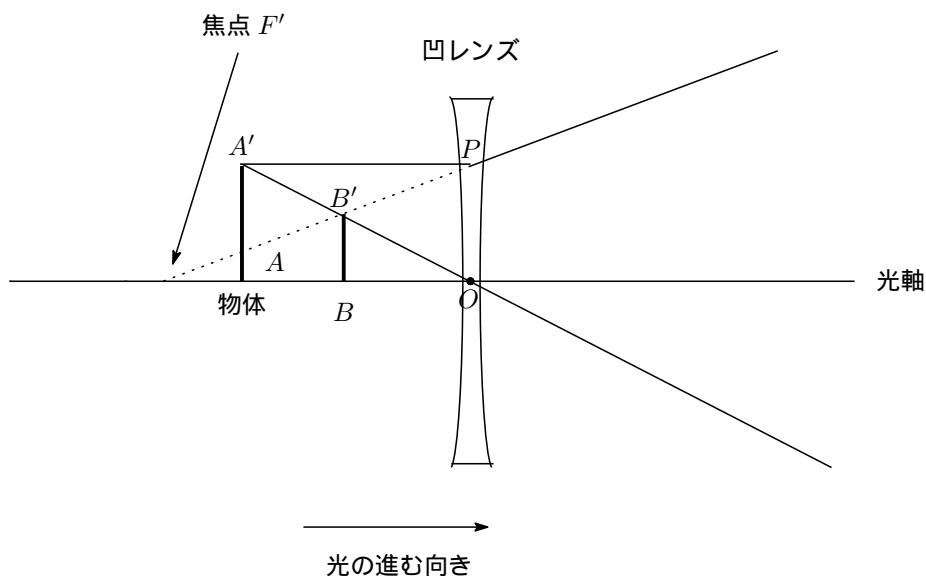
となります。



2-2 凹レンズの場合、物体が焦点より近いかわいかに関係なく、実像はできない、虚像ができる。次の図は、物体が焦点より離れたところにある場合の図です。



次の図は、物体が焦点より近いところにある場合の図です。



どちらも、レンズの右側では、点が結ばれず、像ができないことがわかります。したがって、凹レンズの場合は実像はできません。

一方、レンズの右側から物体 AA' を見ると、光の延長線がレンズの左側で交わる場所に、虚像ができます。 A' の虚像は B' となり、 AA' の虚像は BB' となります。

以下、焦点距離を f 、 $OA = a$ 、 $OB = b$ としますと、物体が焦点より離れたところにある場合、三角形 $OF'B'$ と $A'PB'$ は相似なので、 $OF' : A'P = OB' : B'A'$ です。一方で $OB' : B'A' = OB : BA = b : (a - b)$ なので、 $OF' : A'P = b : (a - b)$ 、すなわち $f : a = b : (a - b)$ となります。これを整理すると、

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$$

となります。

物体が焦点より近いところにある場合も、 $OF' : A'P = OB' : B'A' = OB : BA$ が成り立ち、同じ結論に至ります。

以上が、レンズの公式の証明です。レンズの厚みをずっと無視して考えてきましたが、厚みを考慮しても、近似的に同じ結果が得られます。また、2つ以上のレンズが組み合わさった場合は、まず物体の1つのレンズによる像を考え、その像を、もう1つのレンズにおける物体とみなします。

これでレンズの問題はどんな問題でも解けるはず、手元の問題集で一度チャレンジしてみてください。